

# Hloubka ostrosti trochu jinak

Jan Dostál

rev. 1.1

U ideálního objektivu platí:

1. paprsek procházející středem objektivu se neláme,
2. paprsek rovnoběžný s optickou osou se láme do ohniska,
3. všechny paprsky vycházející z jednoho libovolného bodu předmětové roviny, které procházejí vstupní pupilou, se protínají v jediném bodu obrazové roviny.

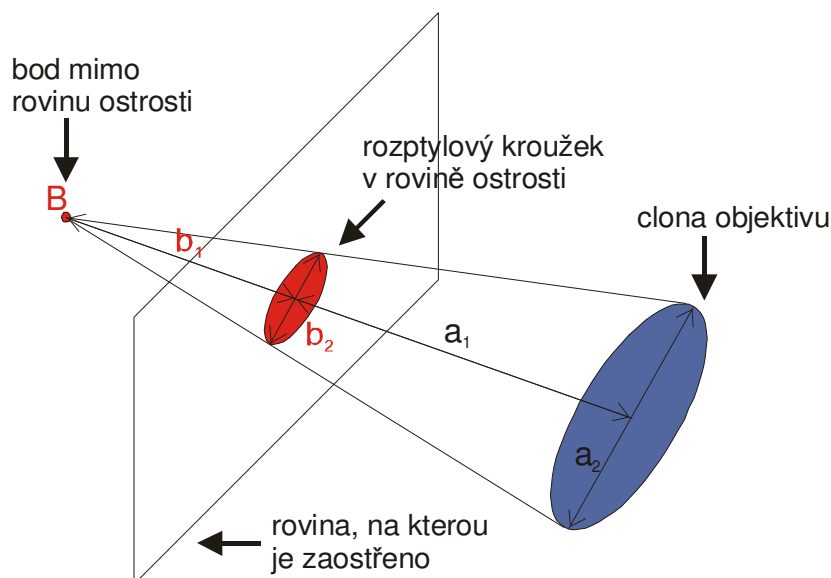
V zjednodušeném provedení si můžeme objektiv představit jako spojnou čočku jejíž průměr je i průměrem vstupní pupily (clony). Clonové číslo  $c$  je definovaná vzorcem

$$(1) \quad c = \frac{f}{D}$$

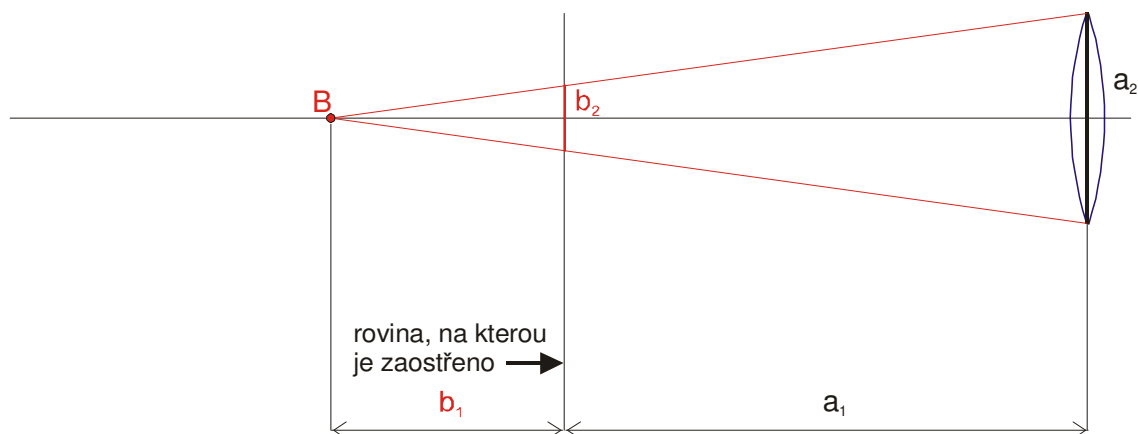
kde  $D$  je průměr vstupní pupily a  $f$  je ohnisková vzdálenost.

Pro naše další úvahy je podstatný bod 3. Z něho vychází, že není problém se zobrazením bodů ležících v pevně dané předmětové rovině do odpovídajících bodů obrazové roviny. Dokonce není ani problém zobrazit body z jiné předmětové roviny do jiné obrazové roviny. Tyto roviny tak vytváří páry. Tím, že umístíme snímací prvek (film, CCD) do jedné obrazové roviny však vybereme i odpovídající předmětovou rovinu, jejíž body se zobrazují jako body. Vybraná předmětová rovina se jeví jako rovina na kterou je zaostřeno.

Abychom zjistili jak se zobrazují body ležící mimo obrazovou rovinu, musíme zjistit, kterými body obrazové roviny prochází paprsky vycházející z testovaného bodu  $B$  a dopadající do vstupní pupily optické soustavy. Právě průsečíky těchto paprsků s obrazovou rovinou nám ukazují, kde všude je obraz testovaného bodu. Z pohledu objektivu a obrazové roviny je jedno, jestli paprsek vychází z testovaného bodu nebo z průsečíku paprsku s předmětovou rovinou. Situaci zachycují následující obrázky:



Obrázek č. 1



Obrázek č. 2

Rozptylový kroužek jednoho bodu je proto podobný tvaru clony optické soustavy. Pro další úvahy předpokládáme, že má tvar kruhu o průměru  $b_2$ . Pak dostáváme

$$(2) \quad b_2 = a_2 \frac{b_1}{a_1 + b_1}$$

kde  $a_2$  je průměr vstupní pupily (clony). Je vidět, že předmětová velikost rozptylového kroužku závisí jen na veličinách  $a_1$ ,  $b_1$  a  $a_2$ . Tedy např. to, že se nám bod na náušnici při portrétu a zaostření na oko bude jevit jako kroužek o velikosti panenky souvisí jen na vzdálenosti objektivu od hlavy a velikosti vstupní pupily.

Postup, kdy zkoumáme velikost rozptylového kroužku v reálném světě předmětu silně zjednodušuje některé úvahy i výpočet, a za jistých okolností je i mnohem názornější. Velikost požadované velikosti rozptylového kroužku sice můžeme odvozovat od úvahy jak velká bude výsledná fotografie, ale také od toho, že víme, že zorné pole je asi  $45^\circ$  a nejsme schopni rozpoznat dva body vzdálené méně než  $1'$ . Orientačně tak vychází maximální rozlišení  $45 \cdot 60 = 2700$  bodů, při zohlednění nestejně vzdálenosti  $2 \cdot \text{tg}(45^\circ/2) / \text{tg}(1') = 2900$  bodů. Při větším počtu bodů v zorném poli nelze rozeznat jednotlivé body, tedy rozptylové kroužky odpovídající těmto bodům se jeví jako bod.

Tento přístup také dobře koresponduje s naší znalostí počtu pixelů optického snímače a fotografie, respektive neoříznuté výsledné fotografie.

Pokud budeme chtít zjistit reálnou velikost rozptylového kroužku pro konkrétní hodnoty ohniskové vzdálenosti a clony, dosadíme z (1) do (2) a dostaneme

$$(3) \quad b_2 = \frac{f}{c} \frac{b_1}{a_1 + b_1} = \frac{fb_1}{c(a_1 + b_1)}$$

Nutné je dosazovat za všechny vzdálenosti hodnoty v mm, tedy zejména za  $f$  skutečnou ohniskovou vzdálenost v mm ne přepočítanou např. pro APS-C. Pak dostaneme reálnou velikost rozptylového kroužku v mm.

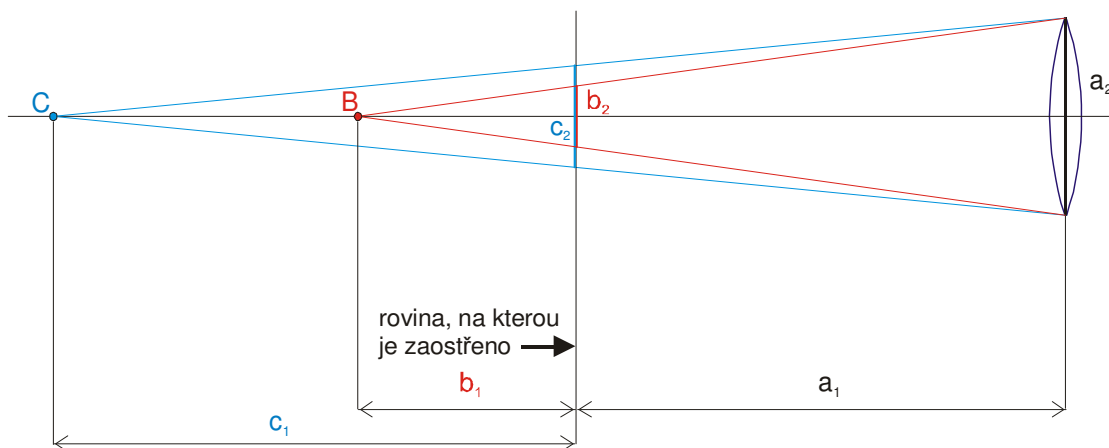
Zajímavým případem je, když se bod B nachází v nekonečnu. Pak lze výpočtem pomocí limit získat velikost rozptylového kroužku

$$(4) \quad b_2 = \lim_{b_1 \rightarrow \infty} \left( \frac{fb_1}{c(a_1 + b_1)} \right) = \frac{f}{c}$$

**Rozptylovým kroužkem je pro bod v nekonečnu nezmenšený tvar vstupní pupily**, což odpovídá případu, kdy se v obr. 1 z kužele stane válec se základnou vstupní pupily. Protože vstupní pupila nemůže být nikdy větší, než je první čočka objektivu (může být však o hodně menší), lze si již jen pohledem na objektiv udělat představu o maximálním možném rozostření bodu v nekonečnu, kterého lze s daným objektivem dosáhnout.

**Např. pro mobily cca 7mm nemůže rozmazání pozadí nikdy překročit velikost duhovky lidského oka. Z běžně dostupných a ještě snad cenově přijatelných (desetitisíce) objektivů je maximum pro 200mm f/2.8, tedy  $b_2=200/2,8=71\text{mm}$ . V kategorii statisíců je to 300mm f/2.8, kde  $b_2=107\text{mm}$ .** Tyto hodnoty se týkají rozostření bodů nacházejících se za rovinou ostrosti. Jak lze nahlédnout např. podle dále uvedeného obrázku č.8 pro bod nacházející se mezi fotografovaným objektem a objektivem žádné omezení nejsou, tedy s jeho přibližováním k objektivu se rozptylový kroužek zvětšuje nad jakoukoliv hranici.

Následující obrázek zachycuje situaci, která ukazuje, jak lze geometricky řešit problém, kdy se pro dva různě vzdálené body C, B požaduje přesně daná velikost rozptylových kroužků  $c_2$ ,  $b_2$ .



Obrázek č. 3

Je vidět, že pokud se červené a modré čáry protnou před předmětem, tak lze zjistit vzdálenost a velikost vstupní pupily. Vzorce lze získat opakovaným použitím vzorce (2) a výpočet si zjednoduší např. pomocí stránek <http://www.wolframalpha.com> a zadáním

$$\text{solve} ( b_2=a_2*b_1/(a_1+b_1), c_2=a_2*c_1/(a_1+c_1) ) \text{ for } a_1, a_2$$

Dostaneme

$$(5) \quad a_1 = \frac{b_1 c_1 (b_2 - c_2)}{b_1 c_2 - b_2 c_1} \quad a_2 = \frac{b_2 c_2 (b_1 - c_1)}{b_1 c_2 - b_2 c_1}$$

Z velikosti fotografovaného objektu  $v_o$  (předpokládáme, že obraz fotografovaného objektu právě vyplní plochu snímacího prvku) a velikosti snímacího prvku  $v_s$  lze pak pro velká  $a_1$  ( $a_1 \gg f$ ) vypočítat ohniskovou vzdálenost  $f$  ze vzorce

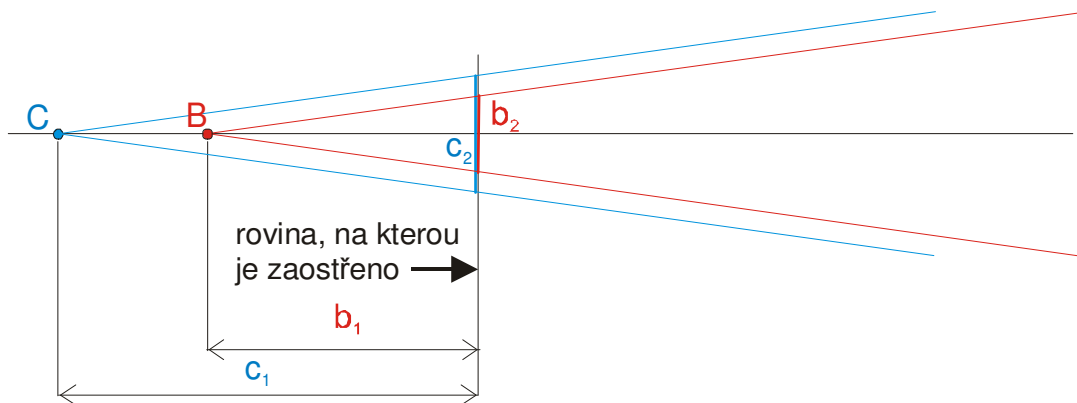
$$(6) \quad f = a_1 \frac{v_s}{v_o}$$

Z ohniskové vzdálenosti a průměru vstupní pupily podle (1) clonové číslo  $c$

$$(7) \quad c = \frac{f}{D} = \frac{a_1 v_s}{a_2 v_o}$$

Clonové číslo však bohužel reálně nemůže nabývat libovolných hodnot, takže se může stát, že úloha bude pro  $c < 2,8$  prakticky neřešitelná. K velmi malým  $c$  se lehce můžeme dostat právě u kompaktních fotoaparátů s malým snímacím prvkem  $v_s$ . Z výše uvedeného je nejpodstatnější obr. 3.

Pozoruhodný je limitní případ, kdy budou modré a červené čáry rovnoběžné viz obr.



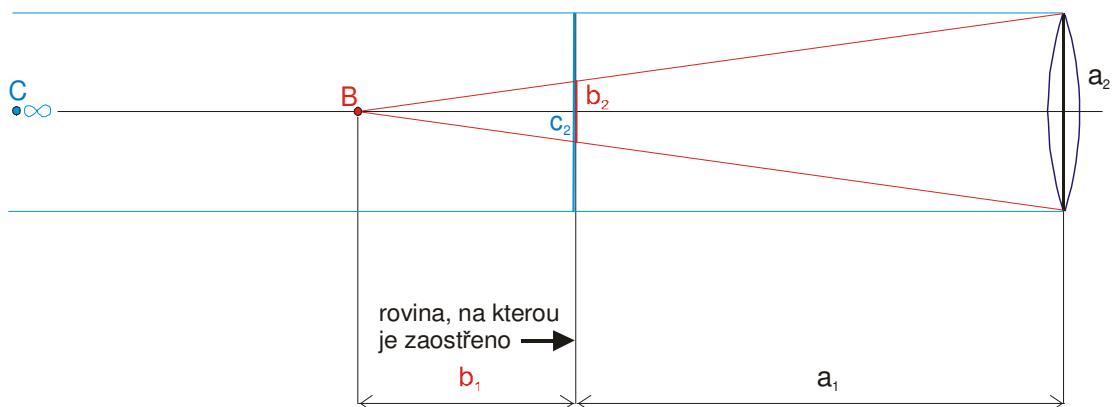
Obrázek č. 4

Tato situace nastane pokud

$$(8) \quad \frac{b_2}{b_1} = \frac{c_2}{c_1}$$

Nelze proto požadovat, aby např. bod C vzdálený od předmětové roviny 2x více než bod B, měl rozptylový kroužek 2x větší. **Rozostření blízkého pozadí lze tedy docílit jedině za cenu velmi malé hloubky ostrosti.**

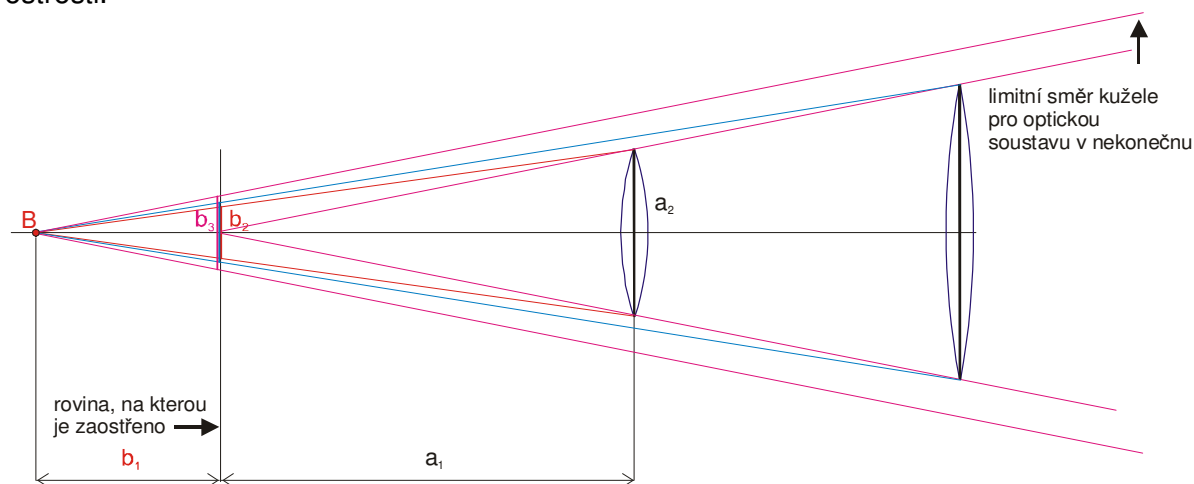
Velmi zajímavý případ ukazuje obrázek, kde se bod C nachází v nekonečnu.



Obrázek č. 5

Je vidět, že lze docílit prakticky velmi slušné hloubky ostrosti a současně i velkého rozostření pozadí nacházejícího se v nekonečnu. Pro rozostření pozadí v nekonečnu je podstatná pouze velikost vstupní pupily a při konstantní velikosti této pupily se s rostoucí vzdáleností  $a_1$  zmenšuje  $b_2$  (rozptylový kroužek bodu B), tedy zprostředkovaně roste hloubka ostrosti. Toto je situace, kdy se s pevně zacloněným objektivem při stálé ohniskové vzdálenosti vzdalujeme od předmětu. Na snímacím prvku se sice při tomto postupu bude předmět zmenšovat, ale jeho původní relativní velikost můžeme dosáhnout výřezem z fotografie, nebo zmenšením snímacího prvku. Zmíněný jev plně koresponduje se zkušeností, kdy se s rostoucí vzdáleností musí pro vykrytí celého políčka volit větší ohnisková vzdálenost a z tohoto pohledu znamená konstantní velikost vstupní pupily rostoucí clonové číslo viz. (1).

Další případ ukazuje obrázek zachycující situaci, kdy se objektiv vzdaluje od roviny ostrosti při zachování konstantního clonového čísla a s konstantní velikostí obrazu foceného předmětu na čipu, tedy mění se ohniskové vzdálenosti objektivu. Přitom se předpokládá, že ohnisková vzdálenost objektivu je mnohem menší, než vzdálenost objektivu od roviny ostrosti.



Obrázek č. 6

Maximální velikost rozptylového kroužku o poloměru  $b_3$  se dá potom vyjádřit vzorcem

$$(9) \quad b_3 = b_1 \frac{a_2}{a_1}$$

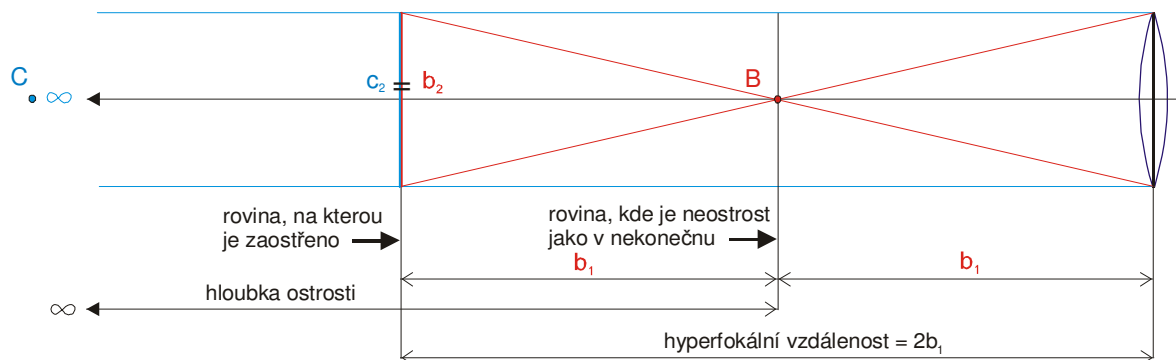
a poměr  $b_3:b_2$  je podle (9) a (2)

$$(10) \quad \frac{b_3}{b_2} = 1 + \frac{b_1}{a_1}$$

Pokud je uvažováno o hloubce ostrosti ( $b_1$ ), která je menší než  $1/10$  vzdálenosti optické soustavy od předmětové roviny, pak jsou relativní změny rozptylového kroužku menší než 10%. Toto je např. typická situace focení portréta ze vzdálenosti větší než 3m. Při této a větší vzdálenosti se při konstantním clonovém čísle velikost rozptylových kroužků v oblasti hlavy prakticky nemění při splnění podmínky, že velikost obrazu předmětu je v hledáčku konstantní. Poslední podmínku můžeme zajistit např. zoomováním.

**Lze shrnout, že pokud fotíme předmět z větší vzdálenosti, než je desetinásobek požadované hloubky ostrosti, pak se velikost rozptylových kroužků v hloubce ostrosti řídí téměř výhradně velikostí clonového čísla a při zachování clonového čísla se rozostření velmi vzdáleného pozadí řídí jen ohniskovou vzdáleností optické soustavy.**

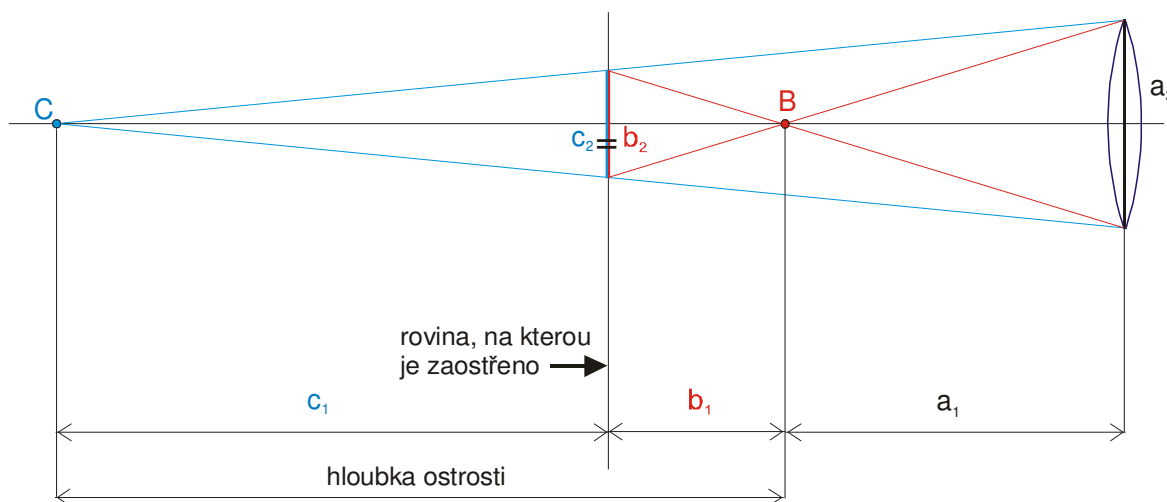
Nyní se podíváme na skutečnou hloubku ostrosti, která počítá jak s intervalem před rovinou ostrosti, tak i s intervalem před ní. **Poměrně jednoduchá situace nastává, pokud chceme mít snímek ostrý od určité vzdálenosti  $b_1$  po nekonečno.** Zde je zapotřebí zaostřit na vzdálenost  $2b_1$  a odpovídajícím způsobem zaclonit. Vzdálenost  $2b_1$  je tzv. hyperfokální vzdálenost a zajišťuje, že ve vzdálenosti  $b_1$  od objektivu je velikost rozptylových kroužků stejná jako v nekonečnu. Situaci ukazuje následující vyobrazení:



Obrázek č. 7

Příčinou výše uvedeného tvrzení jsou oba shodné červené trojúhelníky s vrcholem v bodě B. Je vidět, že velikost rozptylového kroužku je zde rovna velikosti vstupní pupily podle (1).

Obecnou situaci zachycuje následující vyobrazení.



Obrázek č. 8

Pokud nás zajímá poměr ve kterém se dělí hloubka ostrosti před a za rovinou ostrosti, tedy číslo  $k=b_1/c_1$ , tak  $k$  najdeme jako řešením následující soustavy rovnic

$$(11) \quad \frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1} \quad \frac{c_2}{c_1} = \frac{a_2}{c_1 + b_1 + a_1} \quad c_2 = b_2 \quad k = \frac{b_1}{c_1}$$

výsledkem je

$$(12) \quad k = \frac{a_2 - c_2}{a_2 + c_2}$$

V případě, kdy  $c_2 \ll a_2$  je  $k \approx 1$ . Pokud hledáme podmínku za níž je  $k = 1/2$ , tedy ostříme do  $1/3$  hloubky ostrosti, tak dostaneme  $c_2 = a_2/3$ , tedy velikost rozptylového kroužku je  $1/3$  vstupní pupily.